

DOI: 10.7652/xjtuxb201304009

直线电机进给系统机械系统动态特性研究

杨晓君, 赵万华, 刘辉, 张会杰

(西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 为了获得满意的运动精度, 针对以往直线电机进给系统研究中被忽略的机械系统动态特性, 利用达朗贝尔原理建立了机械系统的动力学模型, 对直线电机进给实验台的机械系统动态特性及影响因素进行了理论分析和实验测试, 同时分析讨论了机械系统频率特性对进给系统运动精度的影响。结果表明: 尽管直线电机进给系统机械环节结构简单, 但依然具有复杂的动态特性, 影响系统运动精度; 伺服控制速度环增益越高, 机械系统进给方向固有频率越高; 随着进给速度的提高, 工作台各方向振动频率与幅值均增大, 当速度提高 1 倍时, 俯仰振动和偏摆振动致使工作台产生的位移波动增大 2 倍。

关键词: 直线电机; 进给系统; 机械系统; 动态特性; 速度环增益

中图分类号: TH113.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)04-0044-07

Dynamic Characteristics of Mechanical System in Linear Motor Feed System

YANG Xiaojun, ZHAO Wanhua, LIU Hui, ZHANG Huijie

(State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To obtain the desired dynamic precision, aiming at the dynamic characteristics of the mechanical system neglected in previous researches, the dynamic model of mechanical parts in linear motor feed system is established with d'Alembert principle to analyze the dynamic characteristics and influence on motion characteristics of feed system. The theoretical and experimental investigations are implemented in the mechanical system of linear motor feed test-bed. Meanwhile the influence of mechanical frequency characteristics on the dynamic precision of feed system is analyzed and discussed. The results show that the mechanical system is endowed with complex dynamic characteristics although all intermediate transmission mechanisms are canceled, which affect the dynamic precision. The higher gain in speed control loop, the higher natural frequency of mechanical system in feed direction. With the increasing feed speed, the frequency and amplitude of each vibration mode of the table increase, and for the double velocity, the displacement fluctuations of table caused by the pitch vibration and yaw vibration are increased by two times.

Keywords: linear motor; feed system; mechanical system; dynamic characteristics; speed control loop gain

随着现代机床高速、高加速度化发展, 对进给系统提出了越来越高的要求。传统的伺服电机加滚珠

收稿日期: 2012-10-23。 作者简介: 杨晓君(1987—), 男, 博士生; 赵万华(通信作者), 男, 教授, 博士生导师。 基金项目: 国家重点基础研究发展规划资助项目(2009CB724407); 国家科技重大专项资助项目(2010ZX04014-015); 国家自然科学基金重点资助项目(51235009)。

网络出版时间: 2012-12-23

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20121223.1637.008.html>

丝杠的进给形式,因有中间环节,存在反向间隙、摩擦力和弹性变形等问题,并且滚珠丝杠所能实现的最大进给速度并不能满足高速加工要求。直线电机取消了从电动机到工作台之间的所有中间机械传动环节,实现了机床进给系统的“零传动”。与传统的滚珠丝杆传动系统相比,直线电机结构紧凑、传动精度高、加减速特性好、速度范围宽、没有传动误差和反向间隙^[1]。虽然直线电机也存在很多问题,诸如由于热和磁滞导致的推力损失,由于电磁现象导致的推力波动、电机与外界隔离以及对外界干扰敏感等^[2],但随着研究的深入,近些年来,直接驱动进给系统还是逐步在高速数控机床上得到了广泛的推广和应用^[1-2]。

目前,大量的研究工作集中在如何减小直线电机结构所导致的齿槽效应和端部效应所引起的推力波动现象,主要有两种方法:一种是优化电机结构设计^[3-4];另一种是采用推力补偿器^[5]。电机推力波动的主要因素,即齿槽效应和端部效应都是由于电机自身结构特性所导致的,因此通过优化电机永磁体形状、分布、定子内部齿槽结构、绕组形式等均可以达到改善推力波动的效果^[6-8]。但是,考虑成本和实际的安装问题,结构优化往往不是最优选择,更多的还是集中在通过设计控制器进行补偿。文献[9]通过控制反电动势波形减小波动;文献[10-11]通过建模和辨识得出齿槽力和端部力的波动解析式,利用前馈补偿减小推力波动;文献[12-13]将直线电机特性通过等效电路表现出来,利用研究电路参数代替抽象的磁密分布变化规律,进而从根源上减小推力波动。以上研究均取得了不错的效果,但是他们都没有考虑机械环节的动态特性,文献[14]虽然在研

究控制器参数设置时,考虑了机械环节的影响,但是他的重点放在了对光栅尺安装位置的研究,并没有对进给系统机械环节的动态特性进行系统分析。

本文利用达朗贝尔原理建立直线电机进给系统工作台的动力学模型,研究了其动态特性,发现机械环节刚度、伺服控制参数以及工作台进给速度的变化都会影响工作台的动态特性,最后通过实验验证了模型以及所分析结果的合理性和正确性。

1 直线电机进给系统机械环节建模

直线电机进给系统机械环节结构如图 1 所示,由电机定子、工作台和导轨滑块组成。以工作台中心为坐标原点,建立坐标系。假设工作台沿各个轴的位移分别为 x 、 y 、 z ,转角分别为 θ_x 、 θ_y 、 θ_z ,利用达朗贝尔原理,忽略各个方向间振动的耦合,得到直线

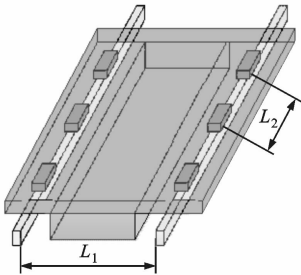


图 1 直线电机进给系统机械结构图

电机工作台的动力学模型

$$M\ddot{X} + C_B\dot{X} + KX = F \tag{1}$$

式中: M 、 C_B 、 K 分别为质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $X=[x \ y \ z \ \theta_x \ \theta_y \ \theta_z]^T$ 为工作台位移, $\dot{X}$ 、 $\ddot{X}$ 分别为 X 的一阶、二阶导数。 M 、 K 、 C 的表达式为

$$M = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 + m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 + m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{m_1}{12}(b^2 + c^2) + m_1h_1^2 + & 0 & 0 \\ & & & \frac{m_2}{12}(b_1^2 + c_1^2) + m_2h_2^2 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{m_1}{12}(a^2 + c^2) + m_1h_1^2 + & 0 \\ & & & & \frac{m_2}{12}(a_1^2 + c_1^2) + m_2h_2^2 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{m_1}{12}(a^2 + b^2) + \\ & & & & & \frac{m_2}{12}(a_1^2 + b_1^2) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_e & 0 & 0 & 0 & K_e d & 0 \\ 0 & 6K_y & 0 & 6K_y h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6K_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6K_z \left(\frac{l_1}{2}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 6K_y h & 0 & 0 & \frac{4K_z l_2^2 K_e d^2}{4K_z l_2^2 + K_e d^2} & 0 \\ K_e d & 0 & 0 & 0 & 0 & 4K_y l_2^2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{\theta_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{\theta_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{\theta_z} \end{bmatrix}$$

式中： m_1 、 m_2 分别为工作台质量和电机定子质量； K_e 为进给伺服刚度； K_y 、 K_z 分别为滑块在 x 、 y 方向的刚度； C_x 、 C_y 、 C_z 、 C_{θ_x} 、 C_{θ_y} 、 C_{θ_z} 分别为工作台在 x 、 y 、 z 方向的平移和转动阻尼； a 、 b 、 c 以及 a_1 、 b_1 、 c_1 分别为工作台和动子的长、宽、高； l_1 为导轨间距； l_2 为相邻两滑块间距； d 为电机定子下表面到工作台整体重心的距离； h 为滑块到工作台整体重心的距离； h_1 、 h_2 分别为工作台和电机定子重心到工作台整体重心的距离。

由模型可得：虽然直线电机进给系统没有中间传动环节，但是由于导轨滑块间依然存在着机械刚度，而且直线电机定子直接和工作台固连，气隙变化所导致的电机内部特性也直接作用于工作台，此外进给方向存在着由伺服参数所决定的伺服刚度，使得直线电机进给系统工作台具有复杂的动态特性。

机械系统的动态特性主要影响系统运动精度中的瞬态误差以及稳态误差中的匀速段波动误差。建立进给方向(x 轴方向)上机械系统在受到电机推力中干扰谐波分量作用时系统的动力学模型

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + K_e x = F_0 \sin(\omega t) \tag{2}$$

仅考虑机械系统频率特性对运动精度的影响，暂不考虑阻尼影响，可得系统的输出响应偏差为

$$x = -\frac{F_0}{K_e} \frac{\lambda}{1-\lambda^2} \sin\omega_n t + \frac{F_0}{K_e} \frac{1}{1-\lambda^2} \sin\omega t \tag{3}$$

式中：等式右侧第 1 项为瞬态误差，第 2 项为稳态误差中的匀速段波动误差； $\omega_n = (K_e/m)^{1/2}$ 为机械系统固有频率； $\lambda = \omega/\omega_n$ 。

进给系统的运动误差是由机械系统以及伺服输出推力特性共同决定的。实际中，为了减小运动误差，常采用两种方法：其一是根据加工要求，选择机械构件，使得机械固有频率避开可能的外界激励频率；其二是机械系统已选定，通过设计控制策略，控制外界激励。本文仅讨论机械环节的动态特性。

2 机械系统频率特性及影响因素

实验室搭建的直线电机进给系统机械参数如表

1 所示。将各参数代入机械环节的动力学模型，计算得到工作台各方向的固有频率如表 2 所示。

表 1 直线电机进给系统机械环节参数

工作台质量/kg	22
电机定子质量/kg	28
电机定子质量/kg·m ⁻¹	21.1
工作台绕 x 轴等效惯量/kg·m ²	0.131 7
工作台绕 y 轴等效惯量/kg·m ²	0.233 8
工作台绕 z 轴等效惯量/kg·m ²	0.364 6
单个导轨滑块法向等效刚度/kN·m ⁻¹	840
单个导轨滑块切向等效刚度/kN·m ⁻¹	460

表 2 工作台各方向固有频率

方向	x	y	z	θ_x	θ_y	θ_z
ω_n /Hz	40	235	317	50	45	30

- 为了便于分析计算，做出以下 3 点假设：
- (1)沿 y 、 z 轴方向刚度非常大，固有频率高，本文不作考虑；
 - (2)忽略各个方向间振动的耦合；
 - (3)工作台各连接部分的阻尼保持恒定。

因此，本文主要分析工作台在进给方向的振动以及绕各个轴的扭转振动，如图 2 所示。

由于伺服刚度的作用，在电磁推力的作用下，工作台可能发生进给方向的振动。因为直线电机安装在工作台的下侧，电磁推力并不经过动子的重心，因此在运动过程中会伴随有一个倾覆力矩，导致工作台发生俯仰振动。由于气隙不均匀，导致两侧导轨受到的垂直吸引力不同，引起工作台发生横倾振动。导致工作台发生偏摆振动的因素主要有 3 个：其一可能由于电机底部推力分布不均匀导致；其二由于电机气隙不均匀，作用在两侧导轨上的垂直吸引力大小不同，导致库仑摩擦不同；其三两侧滑块润滑情况不同，导致黏滞摩擦不同。

工作台动态特性主要受两个方面的影响：其一

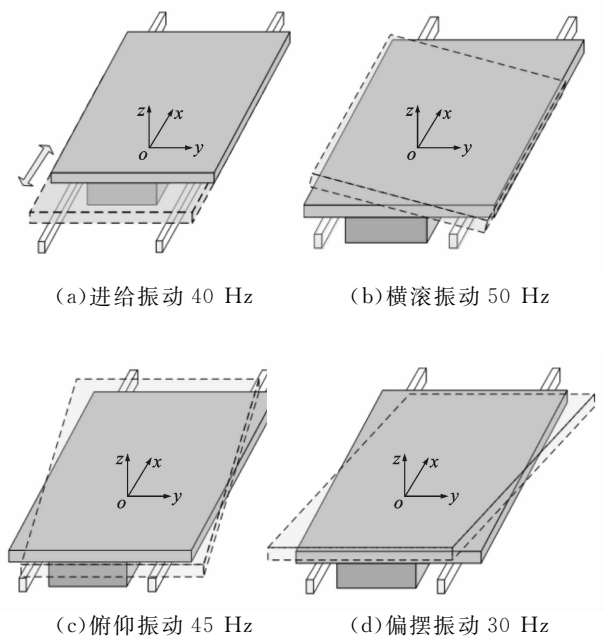


图 2 工作台主要模态振型图

是导轨滑块的支撑刚度,主要影响工作台的俯仰、横滚和偏摆振动;其二是由控制结构和参数所决定的伺服刚度,主要影响工作台的进给方向和俯仰振动。利用 MATLAB 对工作台动态特性进行仿真,结果如图 3 所示。

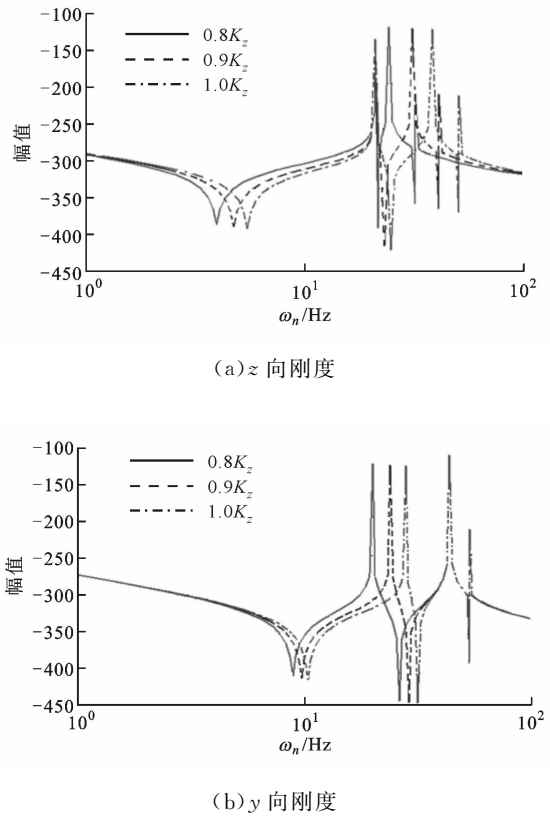


图 3 导轨滑块刚度对工作台动态特性的影响

由图 3 可得,随着机械刚度的增加,工作台的振动频率也随之增大,而且导轨滑块不同方向上的刚度,决定着不同的振动频率。由于直线电机存在非常大的法向吸引力,而且在运动过程中,法向力会不断变化,导致导轨滑块法向刚度发生变化,影响工作台的动态特性。

直线电机进给系统工作台在运动过程中,进给方向的振动模态由伺服刚度完全决定,此外工作台绕 y 轴的扭转振动也将受伺服刚度的影响,其运动模型如图 4 所示。

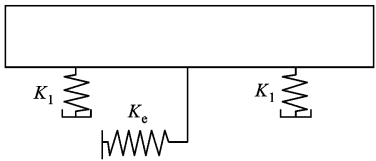


图 4 工作台运动模型

伺服刚度取决于控制结构和参数,即 $K_e \propto K_v$ (K_v 为速度环增益),对于进给方向的振动,其频率 $\omega_j = (K_e/m)^{1/2}$,对于绕 y 轴的扭转振动,其总刚度 $K_\theta = \frac{4K_z l_2^2 K_e d^2}{4K_z l_2^2 + K_e d^2}$,故其振动频率 $\omega_\theta = (K_\theta/m)^{1/2}$ 。利用二者的振动频率公式,在 MATLAB 中,得到相应频率随速度环增益变化的曲线如图 5 所示。

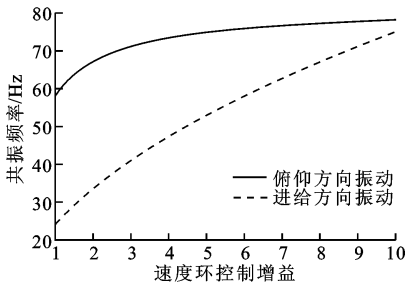


图 5 工作台特性随伺服增益变化的曲线

由图 5 可以看出,进给方向振动频率随 K_v 增大迅速增大,而俯仰振动频率变化要相对平缓。此外,由于齿槽效应和端部效应的影响,直线电机推力周期性波动,随着进给速度的不同,推力频率特性会发生变化,而机械环节导轨滑块间的阻尼特性也随着进给速度的变化而变化,二者共同作用影响工作台的动态特性。

在实际加工中,不同的伺服参数、不同的运动参数、不断变化的负载都会影响机械系统的动态特性。以进给方向为例,利用式(3)分析频率变化对进给系统动态误差的影响,其他方向类似,结果如图 6 所示。

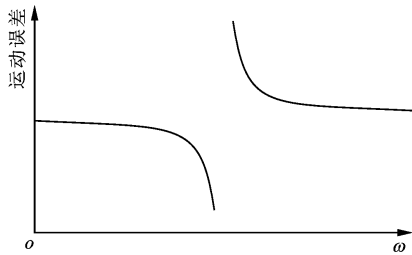


图 6 进给方向固有频率对系统运动误差的影响

由图 6 可以看出,随着机械环节频率特性的变化,进给系统的运动误差也相应发生变化。当机械环节频率小于外界激励频率时,随着机械环节固有频率的增加,进给系统特性变差;当机械环节频率大于外界激励频率时,随着机械环节固有频率的增大,进给系统特性变好。当机械环节频率接近外界激励频率时,系统动态特性最差,实际应用中应避免这种情况出现。

3 实验验证

为了验证模型和所做分析的准确性,在实验室搭建的直线电机进给实验台上,利用 LMS 软件对工作台进行了模态测试,结果如图 7 所示。

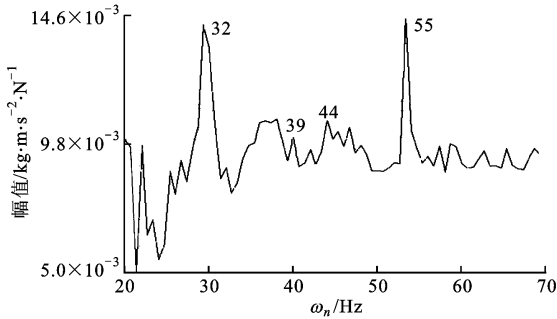


图 7 直线电机工作台 LMS 模态测试结果

图 7 中标出的 4 个频率是利用 LMS 振型判断出的 4 个方向的振动频率,数值和模型计算结果近似吻合,证明了所建模型的准确性。

为了验证伺服刚度对工作台动态特性的影响,在实验室搭建的直线电机进给实验台上,改变速度环增益,利用 LMS 软件分别对工作台模态测试,结果如图 8 所示。利用振型识别,得出图 8 中的 35、42、49 Hz 的振型为工作台沿进给方向的振动,66、68、72 Hz 的阵型为绕 y 轴的扭转振动,而其他方向的振动频率未随之变化,变化规律符合之前所做分析。

利用激光干涉仪采集不同速度下系统进给方向的动态响应并进行时频分析,结果如图 9 所示。随着速度的变化,伺服推力特性和机械阻尼特性都发

生了变化,导致最终的系统输出频率特性发生改变。

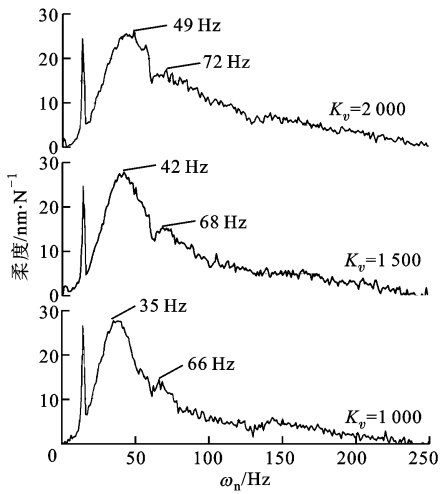


图 8 工作台频率特性随速度环增益变化的曲线

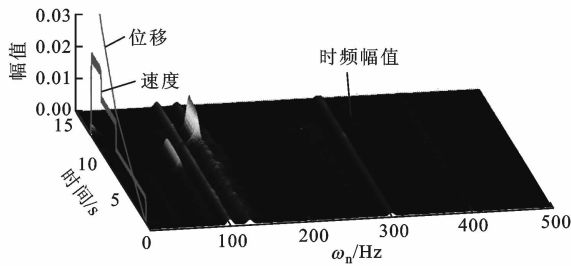
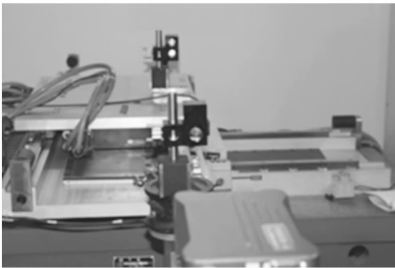


图 9 不同速度的系统响应时频分析

为了进一步分析进给速度对工作台其他方向动态特性的影响,分别在 10 m/min 和 24 m/min 的速度下,利用激光干涉仪测量了系统的俯仰和偏摆振动位移(见图 10),实验结果如图 11、图 12 所示。

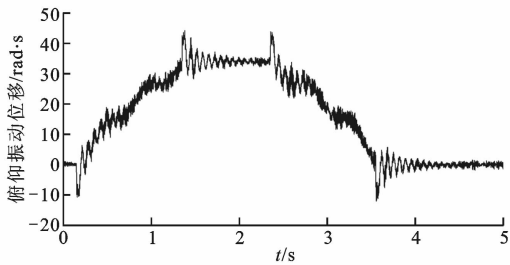


(a)俯仰振动位移测量

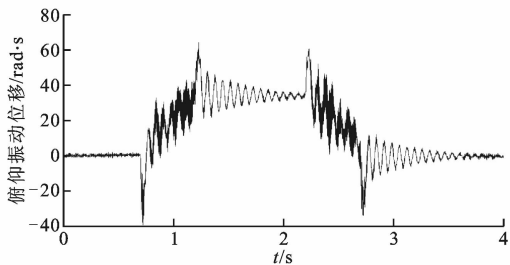


(b)偏摆振动位移测量

图 10 位移测量实验

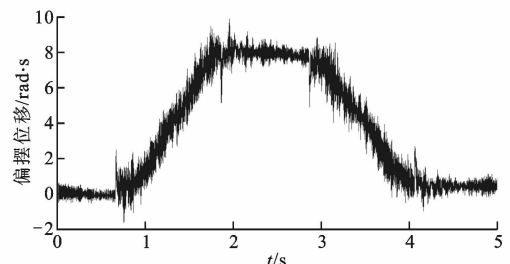


(a)进给速度为 10 m/min

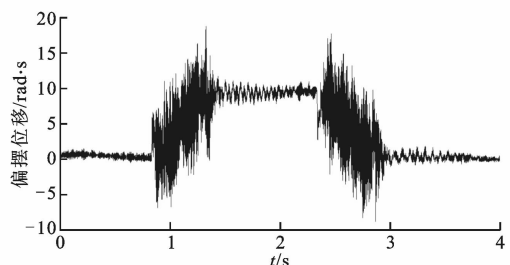


(b)进给速度为 24 m/min

图 11 工作台俯仰振动位移



(a)进给速度为 10 m/min



(b)进给速度为 24 m/min

图 12 工作台偏摆振动位移

由图 11、图 12 可以得出:①在进给运动中,直线电机的速度和加速度存在着波动,而且波动频率和振幅会随着速度的增加而增大;②在进给过程中,工作台会发生微小俯仰和偏摆振动,当进给速度为 10 m/min 时,俯仰振动引起工作台产生绕 y 轴 $8 \text{ rad} \cdot \text{s}$ 的波动,偏摆振动引起工作台产生绕 z 轴 $3 \text{ rad} \cdot \text{s}$ 的波动;当速度达到 24 m/min 时,俯仰振动会引起工作台产生 $20 \text{ rad} \cdot \text{s}$ 的波动,偏摆振动会引起工作台产生 $10 \text{ rad} \cdot \text{s}$ 的波动。实验结果证实了进给速度会影响工作台的动态特性。

4 结 论

(1)尽管直线电机进给系统取消了中间所有机械传动环节,但是机械执行系统即工作台及其相关支撑部件仍然具有复杂的动态特性,与伺服推力共同作用影响进给系统的运动精度,在进行直线电机进给系统建模以及研究中,不可忽略机械环节的动态特性。

(2)直线电机进给系统中机械系统进给方向的动态特性由伺服刚度决定,而伺服刚度受伺服参数影响。随着速度环增益的增加,机械系统进给方向固有频率增大。

(3)随着进给速度的提高,工作台各方向振动频率与幅值均增大。当速度增大 1 倍时,俯仰振动和偏摆振动致使工作台产生的位移波动增大 2 倍。

因此,为了能够让直线电机进给系统充分发挥它的优势,根据需求合理选择机械部件,分析工作台动态特性随速度变化的规律,设计相应控制策略,优化控制参数,提高进给系统的运动精度。

参考文献:

[1] HOR P J, ZHU Z Q, HOWE D, et al. Minimization of cogging force in a linear permanent magnet motor [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1998, 34(5): 3544-3547.

[2] CRUISE R J, LANDY C F. Reduction of cogging forces in linear synchronous motors [C] // Proceedings of the 1999 5th IEEE AFRICON Conference on Electrotechnical Services for Africa. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1999: 623-626.

[3] YOSHIMURA T, KIM H J, WATADA M, et al. Analysis of the reduction of detent force in a permanent magnet linear synchronous motor [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1995, 31(6): 3728-3730.

[4] BIANCHI N, BOLOGNANI, CAPPELLO A D F. Back EMF improvement and force ripple reduction in PM linear motor drives [C] // 2004 35th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2004: 3372-3377.

[5] TAN K K, ZHAO S. Adaptive force ripple suppression in iron-core permanent magnet linear motors [C] // Proceeding of the 2002 IEEE International Symposium on Intelligent Control. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2002: 266-269.

[6] GILARDI G, SZETO K, HUARD S, et al. Finite element analysis of the cogging force in the linear synchronous motor [J]. Thirty Meter Telescope Mechatronics,

- 2011, 21(1): 116-124.
- [7] TAVANA N R, SHOULAIE A. Pole-shape optimization of permanent-magnet linear synchronous motor for reduction of thrust ripple [J]. *Energy Conversion and Management*, 2011, 52(1): 349-354.
- [8] HOSSEINI M S, KHAMENEH M M, VAEZ-ZADEH S. Design of thrust ripple minimization in wound secondary linear synchronous motors by response surface methodology (RSM) [C]// 2011 2nd Power Electronics, Drive Systems and Technologies Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 56-61.
- [9] FAVRE E, CARDOLETTI L, JUFER M. Permanent magnet synchronous motors: a comprehensive approach to cogging torque suppression [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 1993, 29(6): 1141-1149.
- [10] VAN DEN BRAEMBUSSCHE P, SWEVERS J. Accurate tracking control of linear synchronous motor [J]. *Machine Tool Axes Mechatronics*, 1996, 6(5): 507-521.
- [11] ZHU Yu-wu, LEE Sang-geon, CHO Yun-hyun. Thrust and normal force characteristics analysis of linear synchronous motor for direct drive conveyer [J]. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 2011, 36(1): 41-48.
- [12] VAEZ-ZADEH S, ISFAHANI A H. Enhanced modeling of linear permanent-magnet synchronous motors [J]. *IEEE Transactions on Magnetic*, 2007, 43(1): 33-39.
- [13] KAZAN E, ONAT A. Modeling of air core permanent-magnet linear motors with a simplified nonlinear magnetic analysis [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2011, 47(6): 1753-1762.
- [14] WECK M, KRUGER P, BRECHER C. Limits for controller settings with electric linear direct drives [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2001, 41(1): 65-85.

(编辑 杜秀杰)

(上接第38页)

- [4] SHAN Ming, ZHAO Chunming, JIANG Ming. Improved weighted bit-flipping algorithm for decoding LDPC codes [J]. *IEE Proceedings Communications*, 2005, 152(6): 919-922.
- [5] LIU Minghua, ZHANG Lijun. Iterative hybrid decoding algorithm for LDPC codes based on attenuation factor [J]. *Frontiers of Electrical and Electronic Engineering*, 2012, 7(3): 279-285.
- [6] KANG Jingyu, HUANG Qin, LIN Shu, et al. An iterative decoding algorithm with backtracking to lower the error-floors of LDPC codes [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2011, 59(1): 64-73.
- [7] DONG Guiqiang, LI Yanan, XIE Ningde, et al. Candidate bit based bit-flipping decoding algorithm for LDPC codes [C]// *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 2166-2168.
- [8] HUANG Qin, KANG Jingyu, ZHANG Li, et al. Two reliability-based iterative majority-logic decoding algorithms for LDPC codes [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 57(12): 3597-3606.
- [9] HUANG Qin, KANG Jingyu, ZHANG Li, et al. Two efficient and low-complexity iterative reliability-based majority-logic decoding algorithms for LDPC codes [C]// *Proceedings of IEEE Information Theory Workshop*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 253-257.
- [10] CHEN Chaoyu, HUANG Qin, CHAO Chichao, et al. Two low-complexity reliability-based message-passing algorithms for decoding non-binary LDPC codes [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2010, 58(11): 3140-3147.
- [11] 苏一栋, 陈树新, 林诚. 一种 LDPC 码的混合迭代译码算法研究 [J]. *电视技术*, 2012, 36(1): 83-85.
- SU Yidong, CHEN Shuxin, LIN Cheng. Mixed iteration algorithm of LDPC codes [J]. *Video Engineering*, 2012, 36(1): 83-85.
- [12] 刘冰, 高俊, 窦高奇. LDPC 码混合加权比特翻转译码算法 [J]. *系统工程与电子技术*, 2010, 32(10): 2252-2256.
- LIU Bing, GAO Jun, DOU Gaoqi. Hybrid weighted bit-flipping decoding algorithm for LDPC codes [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(10): 2252-2256.
- [13] MASSEY J L. *Threshold decoding* [M]. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1963.
- [14] ROBERTSON P, VILLEBMN E, HOEHER P. A comparison of optimal and sub-optimal MAP decoding algorithms operating in the log domain [C]// *Proceedings of IEEE International Conference on Communications*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1995: 1009-1013.
- [15] MACKAY D J C. *Encyclopedia of sparse graph codes* [EB/OL]. (2008-08-15)[2012-05-18]. <http://www.inference.phy.cam.ac.uk/mackay/codes/data.html>.

(编辑 刘杨)